الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **مديرية التربية لولاية غرداية**

المقاطعة رقم: 01 — **دورة ماي 2017**

امتحان البكالوريا التجريبي — **الشعبة: علوم تجريبية**

اختبار في مادة الرياضيات — **المدة: 03 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ للفضاء نعتبر النقاط : $A(0;0;2)$ ، $B(0;4;0)$ وَ $C(2;0;0)$

1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) ؛ ثمّ احسب بُعد النقطة O عن المستوي (ABC) .

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل A و العمودي على (BC).

3) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P).

4) ماذا يمثّل المستقيم (Δ) في المثلّث ABC .

5) بيّن أنّ الجملة: $\begin{cases} x=t \\ y=4-4t \\ z=t \end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (d) المتوسط المار من B في المثلث ABC .

6) بيّن أنّ إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) هي $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$.

7) بيّن أنّ النّقطة H هي المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC).

8) احسب من جديد بُعد النّقطة O عن المستوي (ABC).

التمرين الثاني: (05نقاط)

1) عين العددين المركبين α وَ β حيث: $\begin{cases} 3\alpha+i\beta=2-5i \\ \overline{\alpha}+i\,\overline{\beta}=-2-i \end{cases}$ حيث $\overline{\alpha}$ مرافق α و $\overline{\beta}$ مرافق β

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

A وَ B نقطتان لاحقتاهما: $z_A=-i$ وَ $z_B=-2-2i$

أ. أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب. أحسب العدد $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{2016}$.

ج. عين قيم العدد الطبيعي n حيث يكون $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{n}$ حقيقيا .

3) z عدد مركب صورته M حيث $z\neq -2-2i$ و z' عدد مركب حيث: $z'=\frac{z+i}{z+2+2i}$

أ. عبر هندسيا عن طويلة z' بدلالة AM وَ BM ،ثم استنتج (E) مجموعة النقط M حتى يكون $|z'|=1$. أرسم المجموعة (E).

ب. عبر هندسيا عن عمدة z' بدلالة $\overrightarrow{AM}$ وَ $\overrightarrow{BM}$ ، استنتج (F) مجموعة النقاط M حيث يكون z' تخيليا صرفا، أرسم المجموعة (F).

ج. أحسب لاحقة كل من C وَ D نقطتي تقاطع (E) وَ (F).

د. عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث: (5,5 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بالدستور: $f(x)=x+2-2\ln|2x+1|$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. خذ $\|\vec{i}\|=1cm$.

I.

1. احسب نهاية $f(x)$ عندما يؤول x إلى $-\frac{1}{2}$ واستنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f).
2. ادرس تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها.
3. أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$.
4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -3 وأكتب معادلته.
5. أحسب $f(-1)$ وَ $f(0)$، أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f).
6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m. عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

II. نعتبر الدالة العددية F للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0;+\infty[$ بالعبارة: $F(x)=-2x+(2x+1)\ln(2x+1)$

1. بيّن أن الدالة F أصلية على المجال $[0;+\infty[$ للدالة: $h:x\mapsto 2\ln(2x+1)$.
2. احسب بالسنتمتر المربع المساحة A للحيّز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمماس (T) والمستقيمين ذو المعادلتين $x=\frac{3}{2}$ وَ $x=0$.

III. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ كما يلي: $g(x)=\frac{3}{2}+\left|x+\frac{1}{2}\right|-\ln(2x+1)^2$

1. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن $-\frac{1}{2}$ يكون لدينا: $-1-x\neq-\frac{1}{2}$ وَ $g(-1-x)=g(x)$
2. استنتج أن (Γ) المنحنى الممثل للدالة g يقبل محور تناظر يطلب تعيين معادلته.
3. أثبت أن $g(x)=f(x)$ على مجال يطلب تعيينه.
4. استنتج إنشاء (Γ) انطلاقا من (C_f)، ارسم (Γ) في نفس المعلم السابق.

التمرين الرابع: (5,5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة بـ $u_1=\frac{3}{2}$ ومن اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_{n+1}=u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$

1. برهن بالتراجع أن $u_n>0$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n.
2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n. $\ln u_n=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$
3. نضع $S_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}$ وَ $T_n=\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\ldots+\frac{1}{4^n}$

اعتمادا على النتيجة التالية: من أجل كل عدد حقيقي موجب x، $x-\frac{x^2}{2}\leq\ln(1+x)\leq x$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $S_n-\frac{1}{2}T_n\leq\ln u_n\leq S_n$

4. عبّر بدلالة n عن كل من المجموعين S_n وَ T_n، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$ وَ $\lim\limits_{n\to+\infty}T_n$.
5. أ) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

ب) نقبل النتيجة التالية: " إذا كانت متتاليتان (v_n) وَ (w_n) متقاربتان حيث $w_n\leq v_n$: من أجل كل عدد طبيعي n فإن $\lim\limits_n w_n\leq\lim\limits_n v_n$

". علما أن (u_n) متقاربة نحو العدد l، بين أن: $\frac{5}{6}\leq\ln l\leq 1$، ثم استنتج حصرا للعدد l.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) برهن أن الدوران r ذو الزاوية α و المركز Ω ذو اللاحقة ω هو التحويل النقطي في المستوي المركب الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'-\omega=e^{i\alpha}(z-\omega)$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$، الوحدة البيانية $1cm$

نعتبر التحويل النقطي T في هذا المستوي والذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z'=iz+4+4i$$

أ. عين اللاحقة ω للنقطة Ω حيث $T(\Omega)=\Omega$.

ب. بين أنه من أجل كل عدد مركب z لدينا: $z'-4i=i(z-4i)$

ج. استنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميّزة.

3) A و B نقطتان لاحقتاهما: $z_A=4-2i$ و $z_B=-4+6i$

أ. عين لاحقتي النقطتين A' و B' صورتي A و B على الترتيب بالتحويل T.

ب. علم النقط A' ، B' ، A ، B و Ω في المستوي المركب.

4) نسمي p ، n ، m و q لواحق النقط P ، M ، N و Q على الترتيب منتصفات للقطع المستقيمة: $[A'B]$، $[BB']$ $[AA']$ و $[B'A]$ على الترتيب.

أ. أحسب p ، n ، m و q ثم علم النقط P ، M ، N و Q في نفس المعلم السابق.

ب. برهن أن المستقيمين (AB') و (ΩN) متعامدان.

ج. بين أن: $\frac{q-m}{n-m}=i$ و $\frac{q-p}{m-n}=1$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $MNPQ$.

التمرين الثاني: (4,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

1. نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقطة $B(-2;1;1)$ والشعاع $\vec{n}(2;1;-5)$ ناظم له، والمستوي (P') ذو المعادلة: $2x+y+z-10=0$

أ. برهن أن المستويين (P) و (P') متعامدان.

ب. برهن أن المستويين (P) و (P') متقاطعان وفق المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $C(3;1;3)$ و الموجّه بالشعاع $\vec{u}(-1;2;0)$

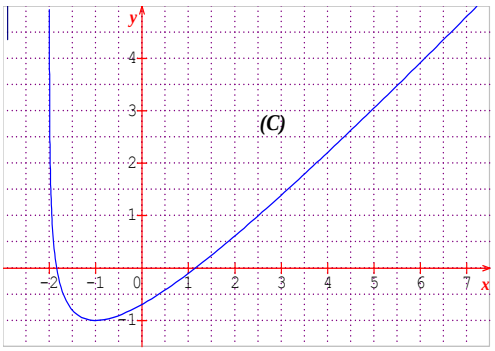
ج. احسب المسافة بين النقطة $A(3;1;2)$ والمستقيم (Δ) .

2. نعتبر من أجل كل عدد حقيقي t النقطة $M(3-t;1+2t;3)$ من الفضاء .

أ. عبر عن المسافة AM بدلالة t .

ب. h الدالة العددية للمتغير الحقيقي t معرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(t)=AM$

أدرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج من جديد المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .



التمرين الثالث: (4,5نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x-\ln(x+2)$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الشكل المقابل...

1) أحسب $g(-1)$ ، وبقراءة بيانية ، حدد اتجاه تغير الدالة g .

2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 3$ وَ $u_{n+1} = g(u_n)$

3) أعد رسم المنحني (C) على ورقتك المليمترية وضع على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 وَ u_3 (لا يطلب حساب الحدود)

4) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -1$

5) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة.

6) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.

7) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: المعرّفة بـ $v_0 = 0$ ومن اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،

$$v_n = \ln(u_0 + 2)(u_1 + 2)...(u_{n-1} + 2)$$

أ. أثبت أنه من أجل عدد طبيعي n : $v_n = 3 - u_n$

ب. أستنتج: $\lim_n (u_0 + 2)(u_1 + 2)..(u_{n-1} + 2)$

التمرين الرابع: (06نقاط)

I. لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالدستور: $f(x) = \ln x - \frac{1}{\ln x}$ نسمي (C_f) المنحنى الممثّل للدالة f وَ (Γ) المنحنى الذي معادلته $y = \ln x$ في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أدرس ووضح النهايات للدالة f عند 1 وعند $+\infty$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x > 1$ لدينا: $f'(x) = \frac{1 + (\ln x)^2}{x(\ln x)^2}$

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم أنشئ جدول تغيراتها.

4. أحسب $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - \ln x]$ ، قدم تفسيرا هندسيا للنتيجة.

5. وضح الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) وَ (Γ) .

II. نريد البحث عن المماسات للمنحنى (C_f) المارة بالمبدأ O ، ليكن a عدد حقيقي من المجال $]1;+\infty[$.

1. برهن أن المماس T_a للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة a يمر بمبدأ الإحداثيات إذا و فقط إذا كان $f(a) - af'(a) = 0$

لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالدستور: $g(x) = f(x) - xf'(x)$

2. برهن أنه على المجال $]1;+\infty[$ المعادلتين $g(x) = 0$ و $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ لهما نفس الحلول.

3. لتكن الدالة u ذات المتغير الحقيقي t والمعرفة على $\mathbb{R}$ بالدستور: $u(t) = t^3 - t^2 - t - 1$

أ. ادرس تغيرات الدالة u وأنشئ جدول تغيراتها.

ب. بين أن الدالة u تنعدم مرة واحدة فقط على $\mathbb{R}$.

ج. استنتج وجود مماس وحيد للمنحنى (C_f) يمر بالمبدأ O .

د. أثبت أن الحل الوحيد α للمعادلة $u(x) = 0$ يحقق: $1,83 < \alpha < 1,84$.

هـ. استنتج أن معادلة المماس (T_{e^α}) المار من المبدأ O هي $y = \left(\frac{1+\alpha^2}{e^\alpha \alpha^2}\right)$.

III. الإنشاء والدراسة البيانية

1. أنشئ هـ المماس (T_{e^α}) والمنحنيين (Γ) وَ (C_f) ، يعطى ما يلي: $\alpha \approx 1,8$ وَ $e^\alpha \approx 6,26$

2. نعتبر عدد حقيقي m ، من قراءة بيانية أدرس حسب قيم العدد الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = mx$ التي تنتمي إلى المجال $]1;10[$.

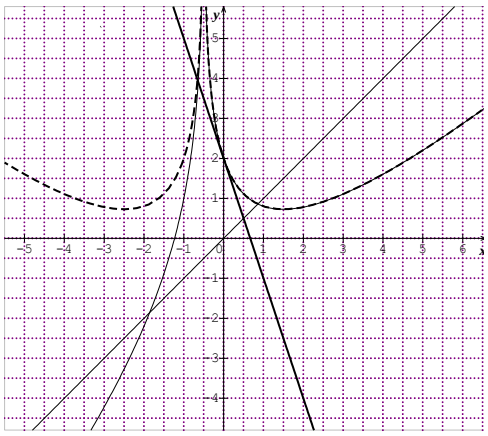
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية غـــــرداية

حل نموذجي للامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي

ماي2017

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الأول.

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: 04 نقاط		
1) معادلة للمستوي (ABC): $2x+y+2z-4=0$ المسافة بين O وَ (ABC) هي: $d(O;(ABC))=\frac{4}{3}$	0,5 0,5	
2) معادلة ديكارتية للمستوي (P): $x-2y=0$	0,5	04 نقاط
3) تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P). $\begin{cases}x=4t\\y=2t\\z=-5t+2\end{cases}$ مع $t\in R$	0,5	
4) (Δ) هو العمود النازل من A في المثلث ABC.	0,25	
5) التحقق من أن إحداثيات كلا من النقطتين B وَ $I(1;0;1)$ منتصف القطعة $[AC]$ تحققان الجملة.	0,25+0,25	
6) إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) هي: $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$	0,5	
7) $H\in(ABC)$ وَ $\overrightarrow{OH}$ يعامد (ABC).	0,5	
8) $d(O;(ABC))=OH=\frac{4}{3}$	0,25	
التمرين الثاني: 05 نقطة		
1) $\alpha=1-i$ وَ $\beta=-2+i$	0,5	
2) أ) $z_A=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ وَ $z_B=2\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$	0,25+0,25	
ب) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{2016}=\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2016}=e^{504i}=1$	0,5	
ج) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقيا معناه $\frac{n\pi}{4}=2k\pi$ مع $k\in Z$ أي $n=8k$.	0,5	05 نقاط
3) أ) $\lvert\omega'\rvert=\frac{\lvert\omega+i\rvert}{\lvert\omega+2+2i\rvert}=\frac{AM}{BM}$ $\lvert\omega'\rvert=1$ معناه $AM=BM$ مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$ + رسم (E)	0,5 0,5	
ب) $\arg(\omega')=(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA})$ $\omega'\in iR$ معناه $\begin{cases}(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA})=\frac{\pi}{2}+k\pi\\M\neq A\,;\,M\neq B\end{cases}$ مع $k\in Z$ مجموعة النقط هي دائرة قطرها $[AB]$ باستثناء النقطتين A وَ B + رسم (F)	0,5 0,5	

	0,5 0,5	$\omega'\in iR$ و $\left\|\omega'\right\|=1$ معناه $\omega'=i$ أو $\omega'=-i$ أي $\omega=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$ أو $\omega=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$ وبالتالي: $z_C=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$ و $z_D=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$
		د) $ABCD$ مربعا (مع التعليل)
		التمرين الثالث: 5,5 نقطة
5,5 نقاط	0,25+0,25	1) $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}} f(x)=\frac{3}{2}-2\ln\left(0^+\right)=+\infty$. للمنحني (C_f) مستقيم مقارب معادلته $x=-\frac{1}{2}$
	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25	2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{+\infty}(2x+1)\left(\frac{x+2}{2x+1}-2\frac{\ln(2x+1)}{2x+1}\right)=+\infty\left(\frac{1}{2}-0\right)=+\infty$ f تقبل الاشتقاق على $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ باعتبارها مجموع دوال تقبل الاشتقاق على R وَ $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. $f'(x)=1-\frac{4}{2x+1}=\frac{2x-3}{2x+1}$ f متزايدة تماما على المجالين $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$ وَ $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$ f متناقصة تماما على المجال $\left]-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right[$ جدول تغيرات f
	0,25 0,25	3) $f(x)=x$ يكافئ $\ln\left\|2x+1\right\|=1$ يكافئ $x=\frac{e-1}{2}$ أو $x=\frac{-e-1}{2}$ إحداثيات نقطتي التقاطع: $\left(\frac{e-1}{2};\frac{e-1}{2}\right)$ وَ $\left(\frac{-e-1}{2};\frac{-e-1}{2}\right)$
	0,25+0,25 0,25	4) $f'(x)=-3$ يكافئ $x=0$. كون للمعادلة حلا واحدا فإن المنحني (C_f) يقبل مماسا واحدا ميله -3 . معادلة للمماس (T) : $y=-3x+2$
	0,25 0,5 الرسم 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25	5) $f(-1)=1$ وَ $f(0)=2$  6) $f(x)=x+m$ حلولها هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات التي معادلتها $y=x+m$. مناقشة: إذا كان $m<2$ فإن للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة. إذا كان $m=2$ فإن للمعادلة حلين احدهما معدوم والأخر سالب تمام. إذا كان $m>2$ فإن للمعادلة حلين متمايزين سالبين تماما. II- 1. من أجل كل x من $[0;+\infty[$ ، $F'(x)=2\ln(2x+1)$ 2. $A=\int_0^{\frac{3}{2}}[f(x)-(-3x+2)]dx cm^2=\left[-F(x)+2x^2\right]_0^{\frac{3}{2}}cm^2=(7,5-8\ln 2)cm^2$ III- 1. من أجل كل x من $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ، $x\neq-\frac{1}{2}$ منه $-1-x\neq-\frac{1}{2}$

وَ $g(-1-x)=\frac{3}{2}+\left\|-1-x+\frac{1}{2}\right\|-\ln[2(-1-x)+1]^2=\frac{3}{2}+\left\|-x-\frac{1}{2}\right\|-\ln(-2x-1)^2=g(x)$		
2) استنتاج أن المنحني (C_g) يقبل محور تناظر معادلته: $x=-\frac{1}{2}$	0,25	
3) من أجل $x\in\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $g(x)=f(x)$	0,25	
4) (Γ) ينطبق على (C_g) في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$. ولإتمام رسم (Γ) نأخذ نظير الجزء المرسوم بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $x=-\frac{1}{2}$.	0,25	
التمرين الرابع: 5,5 نقاط		
1. من أجل $n=1$ ، $u_1=\frac{3}{2}>0$ محققة (بداية التراجع)	0,25	**5,5 نقاط**
نفرض أن $u_n>0$ محققة إلى غاية الرتبة n . (فرضية التراجع)	0,25	
لدينا: $u_n>0$ منه $u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)>0$ أي $u_{n+1}>0$ (استنتاج التراجع)	0,5	
2. من أجل $n=1$ ، $\ln u_1=\ln\frac{3}{2}=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)$ محققة (بداية التراجع)	0,25	
نفرض أن $\ln u_n=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$ محققة إلى غاية الرتبة n . (فرضية التراجع)	0,25	
لدينا: $\ln u_{n+1}=\ln u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)=\ln u_n+\ln\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$ محققة($=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$ استنتاج التراجع)	0,5	
3. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2^2}\le\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)\le\frac{1}{2}$ وَ $\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4^2}\le\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\le\frac{1}{2^2}$ وَ...وَ $\frac{1}{2^n}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4^n}\le\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)\le\frac{1}{2^n}$	0,5	
بالجمع طرف لطرف نحصل على: $S_n-\frac{1}{2}T_n\le\ln u_n\le S_n$		
4. $S_n=\frac{1}{2}\frac{1-\frac{1}{2^n}}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}$ وَ $T_n=\frac{1}{4}\frac{1-\frac{1}{4^n}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{4^n}\right)$	0,5+0,5	
$\lim_{n\to+\infty}S_n=1$ وَ $\lim_{n\to+\infty}T_n=\frac{1}{3}$.	0,5+0,5	
5. أ) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{2^{n+1}}u_n>0$. (u_n) متزايدة تماما.	0,25	
ب) $\lim_{n\to+\infty}\ln u_n=\ln l$ وَ $\lim_{n\to+\infty}\left(S_n-\frac{1}{2}T_n\right)=\frac{5}{6}$ وَ $\lim_{n\to+\infty}S_n=1$ وبالتالي $\frac{5}{6}\le\ln l\le 1$	0,5	
من $\frac{5}{6}\le\ln l\le 1$ ينتج أن $e^{\frac{5}{6}}\le l\le e$	0,25	

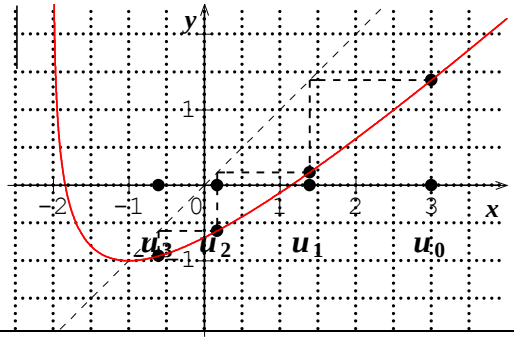
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية غرداية

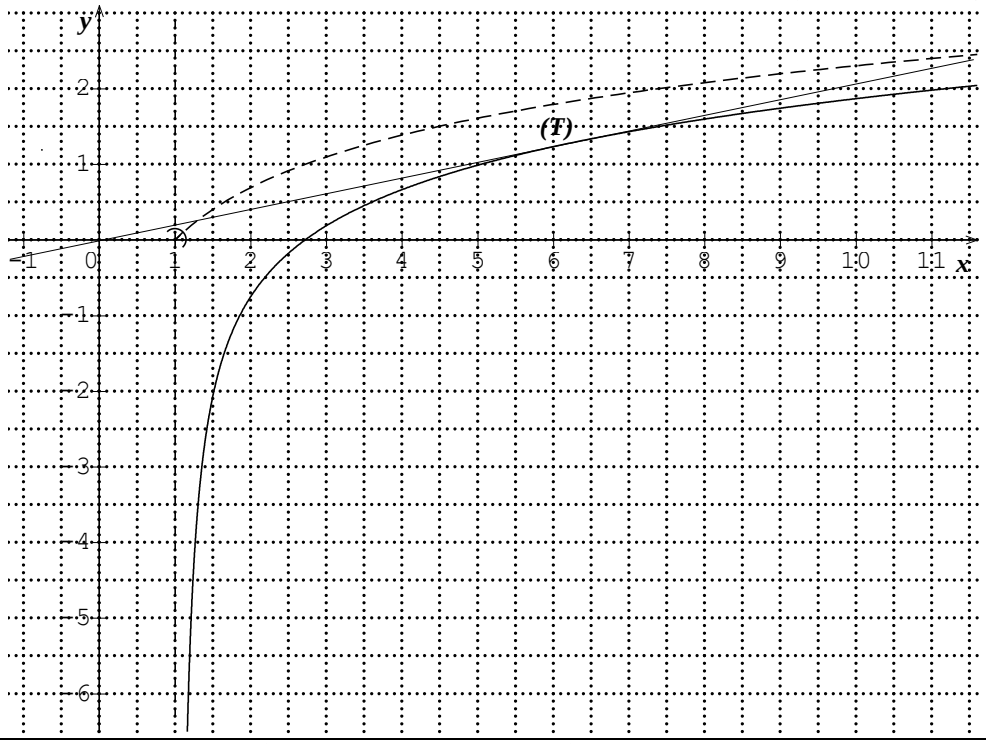
حل نموذجي للامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي

ماي2017

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الثاني.

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: 05 نقاط		
1) $r(M)=M'$ و $M\neq\Omega$ معناه $\begin{cases}\Omega M=\Omega M'\\ \left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'}\right)\end{cases}$ أي $\begin{cases}\left\|\frac{z'-\omega}{z-\omega}\right\|=1\\ \arg\left(\frac{z'-\omega}{z-\omega}\right)=\alpha\end{cases}$ أي $\frac{z'-\omega}{z-\omega}=e^{i\alpha}$.	0.75	
2) أ) لدينا $\omega=i\omega+4+4i$ أي $\omega=4i$. ب) إثبات أن $z'-4i=i(z-4i)$. جـ) طبيعة T : T دوران مركزه النقطة $\Omega(4i)$ والزاوية $\alpha=\frac{\pi}{2}$.	3×0.25	05نقاط
3) أ) $z_{A'}=6+8i$ و $z_{B'}=-2$. ب) تعليم النقط.	2×0.25 0.75	
4) أ) منتصفات القطع: $m=5+3i$ ، $n=1+7i$ ، $p=-3+3i$ و $q=1-i$. ب) إثبات أن $(B'A)$ يعامد (ΩN) ، لدينا: $\frac{z_A-z_{B'}}{n-\omega}=-2i$ إذن $\frac{\pi}{2}-$ قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{\Omega N};\overrightarrow{B'A}\right)$. ج) إثبات أن $\frac{q-m}{n-m}=i$ وأن $\frac{q-p}{m-n}=1$ ، ينتج $\left(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{MQ}\right)=\frac{\pi}{2}$ و $MN=MQ$ وأن $(MN)//(PQ)$ و $MN=PQ$ ينتج أن الرباعي $MNPQ$ مربع.	4×0.25 0.5 0.75	
التمرين الثاني: 4.5 نقطة		
1) أ) المستوي (P) يعامد (P') لأن $\vec{n}.\vec{n}'=0$ حيث $\vec{n}(2;1;1)$. ب) بما أن (P) يعامد (P') فإن المستويين متقاطعان وفق مستقيم، وبما أن $C\in(P)\cap(P')$ وأن $\vec{n}.\vec{u}=0$ و $\vec{u}.\vec{n}'=0$ فإن (Δ) مستقيم التقاطع. جـ) المسافة: $u.l$ $d(A;(\Delta))=\sqrt{d^2(A;(P))+d^2(A;(P'))}=1$.	0.75 01 0.5	4.5
2) $AM=\sqrt{5t^2+1}$. ب) بما أن $h'(t)=\frac{5t}{\sqrt{5t^2+1}}$ فإن الدالة h متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ ومناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$ النقطة M تمسح المستقيم (Δ) ،إذن المسافة $u.l$ $d(A;(\Delta))=h(0)=1$.	0.5 1 0.75	
التمرين الثالث: 4.5 نقطة		
1) $g(-1)=-1$، الدالة g متناقصة تماما على $[-1;-2[$ ومتزايدة تماما على $]-1;+\infty[$.		4.5 نقاط

	01	2) تمثيل الحدود الأربعة الأولى على محور الفواصل. 
	01	3) نبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \geq -1$. بداية التراجع: من أجل $n = 0$ لدينا: $u_0 = 3 \geq -1$ الخاصية محققة. فرضية التراجع: نفرض أن $u_n \geq -1$ محققة إلى غاية الرتبة n برهان التراجع: نبين أن $u_{n+1} \geq -1$. لدينا من الفرضية $u_n \geq -1$ وبما أن g متزايدة تماما على $[-1;+\infty[$ فإن $g(u_n) \geq -1$ أي $u_{n+1} \geq -1$.
	0.5	4) إثبات أن المتتالية (u_n) متناقصة: من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\ln(u_n + 2) \geq 0$ لأن $u_n \geq -1$.
	0.75	5) المتتالية (u_n) متقاربة كونها متناقصة ومحدودة من الأسفل $(u_n \geq -1)$ النهاية: $\lim u_n = l$ ومنه $\ln(l+2) = 0$ أي $l = -1$ ومنه $\lim u_n = -1$
	0.75 0.5	6) أ) إثبات أن $v_n = 3 - u_n$: لدينا من أجل كل عدد طبيعي $u_{n+1} = u_n - \ln(u_n + 2)$ أي $\ln(u_n + 2) = u_n - u_{n+1}$ ومنه $v_n = (u_0 - u_1) + (u_1 - u_2) + \cdots + (u_{n-1} - u_n) = u_0 - u_n = 3 - u_n$ ب) استنتاج النهاية: لدينا $\lim_{n\to+\infty}\left((u_0+2)(u_1+2)\dots(u_{n-1}+2)\right) = \lim(e^{v_n}) = e^4$.
		التمرين الرابع: 06 نقاط
6 نقاط	2×0.25 0.25 0.25 0.25	I) 1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{\substack{x\to1\\>}} f(x) = -\infty$. مع التوضيح 2) حساب المشتقة: $f'(x) = \frac{(\ln x)^2+1}{x\,(\ln x)^2}$ بعد تحديد مجموعة قابلية الاشتقاق 3) الدالة f متزايدة تماما على $]1;+\infty[$، جدول تغيراتها في المقابل. x | 1 | $+\infty$ $f'(x)$ | $\|$ | $+$ $f(x)$ | $\|-\infty$ | $\nearrow\ +\infty$
	2×0.25	4) $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - \ln x) = 0$ منه المنحنيين (C) و(Γ) متقاربان بجوار $+\infty$.
	0.25	5) وضعية المنحنيين (C) و(Γ): $f(x) - \ln x = -\frac{1}{\ln x} < 0$ منه (C) فوق(Γ) على $]1;+\infty[$.
	0.25	II) 1) إثبات أن المماس (T_a) للمنحنى (C) يمر من المبدأ معناه $f(a) - af'(a) = 0$.
	0.25	2) إثبات أن للمعادلتين $g(x) = 0$ و $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ نفس الحلول.
	2×0.25 2×0.25 0.25	3) أ) تغيرات الدالة u: $\lim_{t\to+\infty}(t) = +\infty$ ، $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$. لدينا $u'(t) = 3t^2 - 2t - 1 = (3t+1)(t-1)$ إذن u مناقصة تماما على المجال $\left[-\frac{1}{3};1\right]$ ومتزايدة تماما على المجالين $\left]-\infty;-\frac{1}{3}\right]$ و $[1;+\infty[$. جدول التغيرات: t | $-\infty$ | $\frac{-1}{3}$ | 1 | $+\infty$ $u'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ $u(x)$ | $-\infty\nearrow$ | $\frac{-22}{27}$ | $\searrow -2$ | $\nearrow +\infty$
	0.25	ب) إثبات ان الدالة u تنعدم عند قيمة واحدة فقط. بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال

	0.25	]$1;+\infty$[وهي سالبة تماما على المجال]$-\infty;1$[. ج) بما المعادلة $u(t)=0$ تقبل حلا وحيدا على $\mathbb{R}$ أي المعادلة $f(x)-xf'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا إذن يوجد مماس واحد لـ (C) يمر من المبدأ O.
	0.25	د) المعادلة $u(t)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ وبما أن $u(1.83)\times u(1.84)\cong -1.968\times10^{-4}$ فإن $1.83<\alpha<1.84$.
	0.25	هـ) بما أن حل المعادلة $u(t)=0$ هو α فإن حل المعادلة $g(x)=0$ هو $x=e^{\alpha}$ ومنه معادلة المماس$(T_{e^{\alpha}})$ المار من المبدأ من الشكل $y=\left(\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}\right)x$.
	1	III) 1) إنشاء المستقيم (T_{α}) والمنحنيين(C) و(Γ): 
	0.25	2) حلول العادلة $f(x)=mx$ على المجال]$1;10$[بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم ذو المعادلة $y=mx$، نميز الحالات الآتية: * إذا كان $m\in\left]-\infty;\frac{f(10)}{10}\right[$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلا واحدا على المجال]$1;10$[. * إذا كان $m\in\left]\frac{f(10)}{10};\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}\right[$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلين متمايزين على المجال]$1;10$[. * إذا كان $m=\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلا مضاعفا على المجال]$1;10$[هو e^{α}. * إذا كان $m\in\left]\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=mx$ لا تقبل حلولا على المجال]$1;10$[.